

Федеральное агентство по образованию
Восточно-Сибирский государственный
технологический университет

«Выборочный контроль»

Методические указания
к выполнению практических работ по дисциплинам
«Статистические методы контроля и управления качеством», «Контроль»

Составители: Сундарон Э.М.
Сыремпилова С.Г.

Улан-Удэ 2006

Работа содержит указания по выполнению пяти работ по темам: комбинаторика, законы распределения, правила переключения, контроль по качественному (альтернативному) и по количественному признакам.

Методические указания предназначены для студентов специальностей «Стандартизация и сертификация», «Метрология и метрологическое обеспечение» «Управление качеством».

Ключевые слова: статистические методы, контроль, альтернативный признак, качественный признак, количественный признак, выборка, правило переключения

Рецензент Д.Н.Хамханова, к.т.н., доц.

Введение

Статистический контроль качества продукции широко применяется в промышленности индустриально развитых стран, особенно в Японии, США, Англии, Германии. В последнее время он стал активно применяться в странах Юго-Восточной Азии. В России статистическому контролю уделялось много внимания в научной литературе. Большая роль статистических методов в управлении производством и в первую очередь качества продукции объясняется целым рядом моментов, из которых выделим два.

Во-первых, статистический контроль – база научно обоснованного получения, накопления и обработки информации о качестве продукции, состоянии технических процессов и производства.

Во-вторых, статистический контроль позволяет построить конкретные производственные отношения между изготовителями и потребителями продукции, обеспечивая достоверность и доказательность принимаемых решений, затрагивающих интересы обеих сторон.

Можно выделить пять “секретов” эффективности статистических методов контроля.

1) Статистический контроль качества – это переход от тейлоровских механизмов управления качеством отдельных изделий к механизмам управления качеством совокупности изделий, продукции.

2) Статистический контроль качества – это технология сбора, компактного хранения и научно обоснованной обработки информации о качестве продукции.

Конечно, все понимают, что управление качеством во многом информационный процесс. Информацию необходимо искать, собирать, накапливать и использовать при принятии решений. Но количество и разнообразие этой

информации поднимает вопрос об информационной технологии. Основой такой технологии являются статистические методы, с помощью которых можно агрегатизировать информацию и проводить расчеты оценок принимаемых решений.

3) Статистический контроль качества – это экономия затрат на контроль в результате перехода к выборочному контролю.

4) Статистический контроль качества – это информационная основа правовых производственных отношений между изготовителем и производителем при оптовых поставках, при аттестации производств и технологических процессов, при сертификации продукции, при надзоре контролирующих органов за соблюдением обязательных требований стандартов.

Очевидно, что бездефектное изготовление продукции – идеальная, но недостижимая цель производства. Даже после очень жесткого контроля в продукции могут оказываться необнаруженные и скрытые дефекты, которые проявляются со временем при хранении, транспортировке и эксплуатации. В связи с этим возникает проблема построения определенных отношений между изготовителями, потребителями, контролирующими органами, которые признавали бы существование дефектов, но позволяли ввести критерии для таких действий, как возврат партий, отказ от приемки продукции, наложение санкций, арбитражные решения.

Понятия, составляющие основу статистических методов: предельно допустимый, приемочный и браковочный уровень качества (дефектности), риски поставщиков и потребителей позволяют дать критерии обоснованных решений, признаваемых всеми заинтересованными сторонами.

5) Статистический контроль качества продукции – это повышенная ответственность и гарантии изготовителей.

1. Общие положения

Под приемочным контролем качества принято понимать совокупность мероприятий, проводимых в процессе производства и по его окончании, с целью проверки соответствия показателей качества продукции установленным требованиям.

Основная задача приемочного контроля заключается в отбраковке партий, засоренность которых дефектной продукцией превышает уровень, установленный в нормативно-технической документации для нормального хода производства. При этом под нормальным ходом производственного процесса понимают такое его состояние, когда соблюдены основные требования технологии.

Приемочный контроль должен быть организован таким образом, чтобы большинство партий, выпущенных при нормальном ходе производства, принималось, тогда как партии с большой засоренностью дефектной продукцией, выпущенных в условиях разлаженного технологического процесса, браковались.

Поставленная задача наиболее просто и точно может быть решена с помощью так называемого сплошного контроля, когда испытанию подвергается каждое изготовленное изделие. Однако в производстве такой контроль часто невозможен: во-первых, сплошной контроль не всегда экономически оправдан, во-вторых, контроль должен быть неразрушающим, т.е. изделие после контроля не должно терять свои потребительские свойства.

Исследования в области теории вероятностей и математической статистики привели к выводу, что для оценки степени засоренности партии дефектными изделиями и

принятии решения о качестве готовой продукции нет необходимости проводить сплошную проверку всех изделий, а достаточно исследовать лишь часть партии – выборку.

Сущность статистического приемочного контроля заключается в следующем. От партии изделий объемом N , соблюдая принцип случайности, отбирают выборку n штук, причем n , как правило, много меньше N . Все изделия выборки подвергаются контролю, в результате которого определяется степень пригодности каждого изделия для дальнейшего использования. Затем рассчитывают те или иные характеристики, которые сравнивают с нормативными. В результате сравнения выносят решение о ее дальнейшем использовании.

Вынесение правильного решения о качестве генеральной совокупности на основе результатов контроля выборки возможно только тогда, когда качество выборки соответствует качеству генеральной совокупности. Такая выборка называется репрезентативной (представительной).

Формирование репрезентативной выборки – необходимое условие выборочного контроля. Оно соблюдается при выполнении следующих требований:

1) Выборка должна быть случайной, то есть каждое изделие из генеральной совокупности должно иметь одинаковый шанс или одну и ту же вероятность попасть в выборку.

Достигается это различными способами. В тех случаях, когда это возможно, изделия, входящие в генеральную совокупность, тщательно перемешивают и из них наугад (без рассмотрения) выбирают экземпляры, включаемые в выборку. Если характер изделий таков, что перемешивание невозможно, их нумеруют, номера переносят на карточки, карточки тщательно тасуют и произвольно выбирают из них необходимое количество. Изделия, соответствующие номерам на карточках, образуют случайную выборку.

Кроме того, можно использовать таблицу случайных чисел. Она состоит из 2000 случайно расставленных цифр на каждой странице, каждая из которых встречается примерно 200 раз. Для удобства цифры сгруппированы в четырехзначные числа.

При использовании таблицы случайных чисел может оказаться, что один и тот же номер встречается в выборке несколько раз. Это соответствует такому отбору карточек из колоды, при котором после регистрации номера изъятая карточка она возвращается обратно и перед следующим отбором карточек колода снова тщательно перемешивается. Такая выборка называется выборкой с возвратом. Она может быть организована и при последовательном отборе реальных изделий из генеральной совокупности, если после выполнения контрольных операций каждое изделие возвращается обратно и имеет одинаковый с другими шанс быть выбранным снова.

Если изделие (или карточки) после отбора не возвращаются назад, то такая выборка называется выборкой без возврата. По таблице случайных чисел она может быть получена посредством исключения повторяющихся номеров.

2) Выборка должна быть достаточного объема, то есть число отобранных изделий должно быть достаточно большим, чтобы сформировались статистические закономерности, характерные для генеральной совокупности. В то же время “лишние” изделия, не оказывающие заметного влияния на статистические свойства выборки, не нужны, так как они только увеличивают непроизводительные затраты.

Общая схема приемочного выборочного контроля в упрощенном виде представлена на рисунке 1.

На первом этапе контроля выполняется многократное измерение. Это может быть, например, измерение какого-нибудь размера или массы серийно выпускаемого изделия, любого другого параметра качества, контролируемого по

шкале отношений. Массив экспериментальных данных образуется за счет измерения этого параметра у каждого изделия в выборке, так что n -кратному измерению соответствует выборка из n изделий.

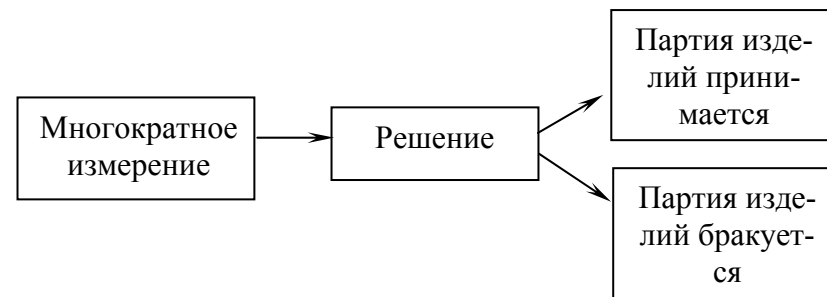


Рис.1 Схема выборочного контроля

Результат многократного измерения по шкале отношений является случайным и подчиняется определенному закону распределения вероятностей. На основании его сравнения с нормативным значением партия изделий принимается или бракуется.

В другом варианте многократное измерение выполняется по шкале порядка. Это может быть, например, измерение по шкале шаблона, грубое органолептическое измерение или измерение качества экспертным методом. Каждое изделие после этого признается годным или бракуется, поэтому такую процедуру правильнее назвать контрольно-измерительной операцией.

Результат многократного измерения – число бракованных изделий в выборке – является случайным. Он подчиняется дискретному закону распределения вероятностей, так как число бракованных изделий в выборке может быть только целым. На основании сравнения этого результата с нормой партия изделий принимается или бракуется.

Для организации приемочного контроля необходимо задать систему правил – план контроля, в котором указывают, как надо отбирать изделия для проверки, после какого количества проверенных изделий принимать решение о браковке, приемке партии.

Распространение получили следующие три принципа выбора плана контроля:

1) На основе данных по эксплуатации изделий устанавливается допустимая доля дефектности продукции $q = M/N$, где M – количество дефектных изделий; N – общее количество изделий в партии, т.е. такой предельный уровень качества, снижение которого нежелательно. Объем выборки устанавливается таким образом, чтобы при любом качестве продукции до контроля качество принятой продукции было не хуже допустимого к эксплуатации.

2) В соответствии со вторым принципом объем выборки устанавливается исходя эффективности контроля, учитывая, что дальнейшее увеличение объема выборки не приносит улучшения выходного уровня качества. Для использования этого принципа необходимо предварительно провести специальные исследования с целью установления закона распределения выходного уровня качества. В большинстве случаев в качестве первого приближения используется биномиальное распределение, которое считается идеальным для налаженного технологического процесса.

3) Этот принцип предполагает экономическое обоснования приемочного контроля. На основе анализа процесса изготовления и эксплуатации изделий, учета их стоимости, включая затраты на контроль, убытка от приема дефектных изделий, устанавливается объем выборки N , при котором достигается максимальный эффект по сравнению со сплошным контролем или производством, при котором приемка продукции осуществляется без контроля.

На практике получили распространение следующие виды приемочного контроля:

одноступенчатый – решение о принятии или браковке партии принимается на основании одной единственной выборки из нее;

многоступенчатый – решение о принятии или браковке партии принимается на основании испытаний K ($2 < K < 7$) выборок;

последовательный – решение о приемке партии, браковке или продолжении испытаний принимается после оценки каждого последовательно проверяемого изделия, причем число изделий подвергаемых контролю заранее не ограничено.

Дальнейшая классификация методов приемочного контроля связана с принципом классификации результатов измерения. Дело в том, что степень пригодности изделия для дальнейшего использования можно определить различными способами. Например, можно регистрировать точные численные значения параметров – это будет контроль по количественному признаку, а можно принимать одно из двух решений: пригодно ли изделие для дальнейшего использования или нет, то есть делить изделия на годные и негодные – контроль по альтернативному признаку.

Так как при статистическом приемочном контроле суждение о качестве партии выносится на основании испытания части изделий, то неизбежны ошибки, связанные с браковкой хороших и приемкой плохих партий. При случайном отборе изделий можно при общем небольшом количестве дефектных изделий в партии отобрать на проверку значительное число дефектных, что приведет к ложному решению о браковке хороших партий – ошибка первого рода (риск поставщика). С другой стороны, при засоренности партии дефектными изделиями,

в выборке может оказаться небольшое количество дефектных, то есть плохая партия будет принята – ошибка второго рода (риск потребителя).

Задача заключается в том, чтобы в условиях выборочного контроля такие заключения делались редко, а степень их возможности была заранее определена. Ошибки первого и второго рода необходимо учитывать при планировании контрольных испытаний.

Для оценки эффективности плана выборочного контроля служит оперативная (рабочая) характеристика. Под оперативной характеристикой планового контроля понимают функцию $L(q)$, равную вероятности принятия партии с уровнем качества q .

Оперативная характеристика позволяет оценить вероятность приемки партии при любой доли дефектных изделий в партии.

По оперативной характеристике, задаваясь малой вероятностью приемки партии (5...10)%, можно найти соответствующую долю дефектных единиц продукции в партии или число дефектов на сто единиц продукции. Эта величина q представляет собой браковочный уровень качества, соответствующей принятой вероятности приемки (риску потребителя).

Партии с браковочным уровнем качества будут забракованы с высокой вероятностью (90...95)%.

По оперативной характеристике оценивается приемлемость выбранного плана контроля. При этом, приемлемым планом контроля для последовательности партий считается такой, при котором для установленного браковочного уровня дефектности (LQ) риск потребителя при нормальном уровне контроля будет не более заданного. Оперативные характеристики следует использовать в тех случаях, когда требуется выбрать план контроля для одиночной партии при установленных

приемочных и браковочных уровнях дефектности и рисках поставщика и потребителя.

По оперативной характеристике определяют риск поставщика, как вероятность браковки для партии с уровнем дефектности AQL, и риск потребителя, как вероятность приемки для партии с уровнем дефектности LQ. Чем больше крутизна оперативной характеристики, тем больше строгость выбранного плана контроля.

В процессе контроля каждого изделия в партии оказывается точно известно количество дефектных изделий. Если оно больше некоторого критического значения $M_{кр}=N$, то партия будет отклонена с вероятностью, равной единице. График оперативной характеристики сплошного контроля представлен на рисунке 2.

Так как на практике невозможно построить такую характеристику, то поставщик и потребитель договариваются о двух уровнях качества q_0 и q_m : партии с уровнем качества $q \leq q_0$ считаются заведомо хорошими, а партии с уровнем качества $q \geq q_m$, причем $q_m > q_0$, плохими. Интервал $q_0 < q < q_m$ считается зоной неопределенности. Партии с таким уровнем качества считаются еще допустимыми. Величину q_0 будем называть приемочным уровнем качества, величину q_m – браковочным уровнем качества. Оперативная характеристика плана выборочного (статистического) контроля представлена на рисунке 3.

Таким образом, вся продукция делится на три уровня качества:

- 1) продукция первой категории – уровень качества которой составляет $q \leq q_0$;
- 2) продукция второй категории – уровень качества которой составляет $q \geq q_m$;
- 3) продукция третьей категории – уровень качества которой удовлетворяет соотношению $q_0 < q < q_m$.

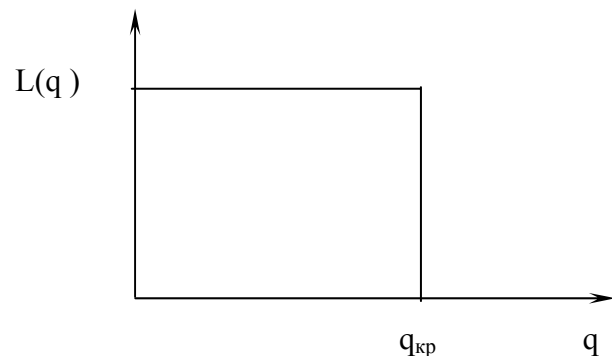


Рис.2 Оперативная характеристика сплошного контроля

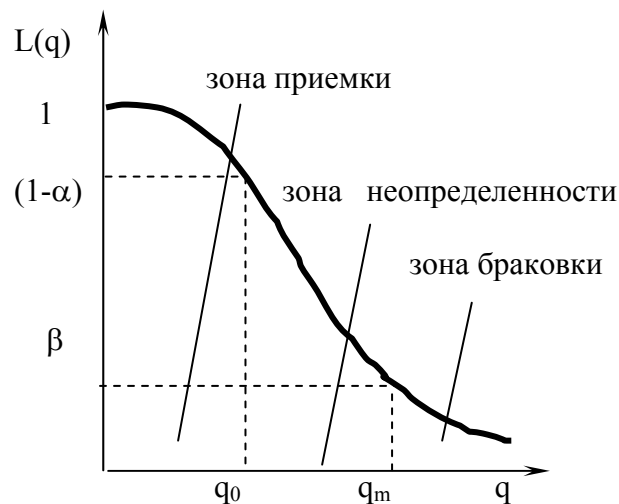


Рис.3 Оперативная характеристика статистического контроля

В количественном соотношении требования к партии выражаются в том, что вероятность принятия партии с уровнем качества $q < q_0$ должен быть не больше $(1-\alpha)$, а

вероятность приемки партии с $q > q_m$ не должен превышать β . Задание рисков α и β обеспечивает гарантии поставщика и потребителя в отношении забракования хороших и приемки плохих партий. На практике величины α и β выбираются равными 0,1; 0,05; 0,01. Назначение их не является статистической задачей, а полностью определяется последствиями от неверно принятых решений (ошибок первого и второго рода).

Для любого плана контроля справедливо $L(q_0)=1-\alpha$; $L(q_m)=\beta$; $l(1)=0$.

Эти уравнения являются основой для задания плана контроля, то есть назначения объема выборки и нормативов, с которыми сравниваются результаты контроля, и вычисления оперативной характеристики $L(q)$.

Остановимся на вопросе назначения требований q_0 и q_m . Величина браковочного уровня качества назначается исходя из требований потребителя, которому необходима продукция с уровнем качества не ниже q_m . Величина приемочного уровня качества устанавливается исходя из возможностей производства, которое должно обеспечивать выпуск продукции с уровнем качества $q_n \leq q_0$, где q_n – средний уровень засоренности партии при нормальном ходе производства. Только в этом случае поставщик гарантирует себя от напрасной браковки хороших партий, выпущенных при соблюдении основных требований технологии. Как правило, значение q_0 немного больше q_n . В противном случае эффективность плана контроля снижается.

2. Цели и задачи практических работ

Практические работы по дисциплинам «Статистические методы контроля и управления качеством», «Контроль» предназначены для практического закрепления зна-

ний и формирования умений в области статистического выборочного контроля. Данная тема является структурным элементом минимума содержания государственных образовательных стандартов направления специальности «Стандартизация и сертификация», а также специальности «Управление качеством».

В результате выполнения работ по теме «Выборочный контроль» студент будет

знать:

- область применения статистических методов контроля и управления качеством;
- методологические аспекты подготовки данных и использования основных методов статистического контроля;
- методики определения основных параметров планов контроля, как по количественному, так и по качественному признакам и правил принятия решения;

уметь:

- применять основные правила комбинаторики при планировании и организации проведения выборочного контроля;
- применять положения теории вероятностей и математической статистики при определении планов контроля.
- использовать типовые распределения (нормальное, гипергеометрическое, биномиальное, Пуассона) при решении задач выборочного контроля;
- решать задачи выбора уровня контроля по степени жесткости, применяя схемы переходов;
- разрабатывать планы статистического контроля в зависимости: *от признака* - по количественному или по качественному (альтернативному); *от количества ступеней* - одноступенчатый, двухступенчатый, многоступенчатый;

- обоснованно назначать объемы репрезентативных выборок.

3. Требования к уровню подготовки студентов и учебно-методическому обеспечению

Для успешного выполнения практических работ студентам необходимо знать:

- методы определения основных статистических характеристик распределений;
- основные положения теории принятия решений;
- правила комбинаторики.

В период подготовки к выполнению практических занятий студенту необходимо иметь:

- соответствующий курс лекций по дисциплинам «Статистические методы контроля и управления качеством» и «Контроль»;
- настоящие методические указания.

4. Практические работы

Практическая работа 1

Элементы и правила комбинаторики

Общие положения:

Комбинаторика – область математики, изучающей вопросы о том, сколько различных комбинаций, подчиненных тем или иным условиям, можно составить из заданных объектов.

Перестановки множества – отличающиеся друг от друга порядком наборы, составленные из всех элементов данного конечного множества. Число перестановок множества из n определяется по формуле:

$$P_n = n!, \text{ где } n! = 1 * 2 * 3 * \dots * n. \quad (1)$$

Например, множество $\{1,2,3\}$ имеет следующие перестановки: (1,2,3), (1,3,2), (2,3,1), (2,1,3), (3,2,1), (3,1,2).

Размещения из n элементов по k – упорядоченные наборы, состоящие из k различных элементов, выбранных из данных n элементов. Размещения могут отличаться друг от друга как элементами так и порядком. Число размещений их n элементов по k определяется по формуле:

$$A_n^k = n(n-1)\dots(n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!} \quad (2)$$

Например, множество $\{1,2,3\}$ имеет следующие размещения по $k=2$: (1,2), (2,1), (1,3), (3,1), (2,3), (3,2).

Сочетания – неупорядоченные наборы, состоящие из k элементов, взятых из данных n элементов.

Число сочетаний из n элементов по k определяется по формуле:

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!} \quad (3)$$

Например, множество $\{1,2,3\}$ имеет сочетания по 2 элемента: (1,2), (1,3), (2,3).

Числа размещений, перестановок и сочетаний связаны равенством

$$A_n^k = P_n C_n^k \quad (4)$$

Пример 1: Сколькими способами можно выбрать две детали из ящика, содержащего 10 деталей?

Решение: Искомое число способов

$$C_{10}^2 = 10! / (2! \times 8!) = 45$$

Пример 2: Студентам надо сдать 4 экзамена за 8 дней. Сколькими способами можно составить расписание сдачи экзаменов?

Решение: Занумеруем дни сдачи экзаменов цифрами 1,2,...,8. Составлять различные расписания можно следующим образом. Сначала выберем дни для сдачи экзаменов,

например, (2,4,5,7), а затем порядок сдачи экзаменов. Таким образом, нужно составить различные наборы четырех чисел из восьми, которые отличаются друг от друга не только элементами, но и порядком. Таких наборов

$$A_8^4 = 8 \times 7 \times 6 \times 5 = 1680$$

Порядок работы:

1. Ознакомиться с общими положениями методических указаний, обратив внимание на примеры и методики решения задач.

2. Решить задачи 1 и 2 по вариантам, представленным в таблице 1.

3. Оформить отчет и ответить на контрольные вопросы.

Задача 1. В партии из N деталей D нестандартных. Найти вероятность того, что среди n взятых наудачу деталей d нестандартных.

Таблица 1

вар-т \	1	2	3	4	5	6	7	8	9
N	10	50	75	60	31	30	25	28	35
D	7	10	20	25	15	10	12	12	14
n	6	5	10	10	10	5	6	5	7
d	4	3	5	7	6	3	2	2	5

Вар-т \	10	11	12	13	14	15	16	17	18
N	15	20	40	55	19	54	100	150	120
D	7	12	20	25	12	26	52	72	65
n	4	5	8	10	5	10	20	25	30
d	2	2	3	5	3	6	10	12	15

Задача 2. На контроль представлена партия из N изделий. Уровень несоответствий составляет $q_{ген}$ %. Показать какова вероятность того, что уровень несоответствий в вы-

борке адекватен уровню несоответствий в партии, если контролируется x % изделий из партии.

Таблица 1

вар-т	1	2	3	4	5	6	7	8	9
N	200	50	200	100	200	180	110	150	250
q_{ген} %.	10	9	10	9	5	12	20	5	15
x, %	15	15	20	20	10	10	10	10	15
Вар-т	10	11	12	13	14	15	16	17	18
N	260	100	150	100	100	100	180	180	180
q_{ген} %.	23	5	5	10	5	15	10	5	5
x	15	15	10	15	15	10	12	10	5

Контрольные вопросы

1 Дать определение следующим понятиям:

- вероятность события
- полная группа событий
- несовместные события
- равновозможные события.

Привести примеры.

2 Дать определение теорем сложения и умножения вероятностей. Привести примеры.

Практическая работа 2

Законы распределения дискретных случайных величин

Общие положения: При контроле качества наиболее распространены три типа распределения дискретных слу-

чайных величин: гипергеометрическое, биномиальное и закон Пуассона.

Гипергеометрическое распределение. Дискретная случайная величина X называется распределенной по гипергеометрическому закону, если ее возможные значения $0, 1, 2, \dots, n$, а вероятность того, что $X=d$ выражается формулой

$$P(X = d) = P_{d,n} = \frac{C_D^d * C_{N-D}^{n-d}}{C_N^n}, \quad (5)$$

где D и d – количество дефектных единиц продукции в партии и выборке; N и n – объем партии и выборки.

Расчет вероятности того, что в выборку объемом n , взятой из партии объемом N , попадет d бракованных изделий (если всего их в партии D штук), производимый с помощью гипергеометрического закона распределения, соответствует определению вероятности события классическим методом.

Математическое ожидание и дисперсия числа дефектных единиц продукции из n проконтролированных изделий определяются из выражений:

$$\mu = n * \frac{D}{N}; \quad (6)$$

$$\sigma^2 = \frac{n * D * (N-D)}{N^2} * \left(1 - \frac{n}{N}\right). \quad (7)$$

Однако вычисления, осуществляемые по формуле (5) громоздки. Поэтому для определения вероятности обычно используют формулу биномиального закона.

Биномиальное распределение. Рассмотрим такой случай. В партии содержится N изделий (D – бракованных, $N-D$ – годных). Вероятность извлечения годного изделия $p = \frac{N-D}{N}$, бракованного $q = 1 - p = \frac{D}{N}$. Из партии берут изделие, проверяют его качество, после чего возвращают в

партию и перемешивают. Затем берут наугад второе изделие, производят те же самые операции и т.д. Вероятность извлечения (n-d) годных изделий из проконтролированных определяются по формуле

$$p_{n-d,n} = C_n^{n-d} * p^{n-d} * q^d = \frac{n!}{d!(n-d)!} * p^{n-d} * q^d \quad (8)$$

Математическое ожидание μ и дисперсию σ^2 биномиального распределения находят по формулам:

$$\mu = np \quad (9)$$

$$\sigma^2 = npq \quad (10)$$

Закон редких событий (Пуассона). Закон редких событий применяется в машиностроении для выборочного контроля готовой продукции, когда по техническим условиям в принимаемой партии продукции допускается некоторый процент брака (обычно небольшой) - $q \ll 0,1$.

Если вероятность q события A очень мала ($q \leq 0,1$), а число испытаний велико, то вероятность того, что событие A наступит d раз в n испытаниях, будет равна

$$p(n, d) = \frac{a^d}{d!} * e^{-a}, \quad (11)$$

где $a=np=\mu[m]$ - математическое ожидание случайной величины.

Уравнение (11) определяет собой распределение редких событий, или распределение Пуассона.

Когда число испытаний n велико, а q мало, то закон биномиального распределения и закон редких событий практически совпадают. Это имеет место тогда, когда $q \leq 0,1$. При этих условиях вместо формулы (8) можно применить формулу (11).

Принимая $a=np$, формула (7) примет вид:

$$p(n, d) = \frac{(np)^d}{d!} * e^{-np} \quad (12)$$

При помощи закона редких событий можно вычислить вероятность того, что в выборке из n единиц будет со-

держаться: 0,1,2,3, и т.д. бракованных деталей, т.е. заданное d раз. Можно также вычислить вероятность появления в такой выборке d штук дефектных деталей и более. Эта вероятность на основании правила сложения вероятностей будет равна

$$P(n, d) = 1 - \sum_{x=0}^{d-1} P(n, X) = 1 - e^{-np} \sum_{x=0}^{d-1} \frac{(np)^x}{x!} \quad (13)$$

Пример 1. В партии имеются бракованные детали, доля которых составляет 0,1. Последовательно берут 10 деталей и обследуют, после чего их возвращают в партию, т.е. испытания носят независимый характер. Какова вероятность того, что при проверке 10 деталей попадет одна бракованная?

Решение. Из условия задачи $q=0,1$ $n=10$ $d=1$.

Очевидно, что $p=1-q=0,9$. Тогда

$$P(10;1) = \frac{10}{1!} * 0,1 * 0,9^{0,9} = 0,387$$

Полученный результат можно отнести и к тому случаю, когда извлекается подряд 10 деталей без возврата их обратно в партию. При достаточно большой партии, например, 1000 шт., вероятность извлечения деталей изменится ничтожно мало. Поэтому при таких условиях извлечение бракованной детали можно рассматривать как событие, не зависящее от результатов предшествующих испытаний.

Пример 2. В партии имеется 1% бракованных деталей. Какова вероятность того, что при взятии из партии выборки объемом 50 единиц продукции в ней будет найдено 0,1,2,3,4 дефектных детали.

Здесь $q=0,01$, $np=50*0,01=0,5$

$$P(50;0) = \frac{0,5^0}{0!} * e^{-0,5} = 0,607$$

$$P(50;1) = \frac{0,5^1}{1!} * e^{-0,5} = 0,303$$

$$P(50;2) = \frac{0,5^2}{2!} * e^{-0,5} = 0,075$$

$$P(50;3) = \frac{0,5^3}{3!} * e^{-0,5} = 0,012$$

$$P(50;4) = \frac{0,5^4}{4!} * e^{-0,5} = 0,001$$

Порядок работы:

1. Ознакомиться с общими положениями методических указаний, обратив внимание на примеры и методики решения задач.

2. Решить задачи 1 и 2 по данным, приведенным в таблицах 1 и 2 приложения 2.

Номер варианта выбирается по последней цифре шифра зачетной книги.

3. Оформить отчет и ответить на контрольные вопросы.

Задание 1. По данным, приведенным в таблице 1 приложения 2, при заданной браковочной доле определить вероятность того, что в выборке с возвратом среди n контролируемых изделий окажется d дефектных изделий.

Задание 2. По данным, приведенным в таблице 2 приложения 2 при известных значениях доли дефектных изделий в партии D , объема выборки n , определите вероятности появления d дефектных изделий в выборке.

Контрольные вопросы

1 Какие основные законы применяются при контроле качества по альтернативному признаку?

2 Изобразить графики нормального, гипергеометрического, биномиального законов распределения вероятности и график закона распределения вероятности Пуассона.

Описать способ выражения законов распределения вероятности в виде формул.

3 Какому закону распределения вероятности подчиняются результаты контроля выборки без возврата, выборки с возвратом?

4 Какой закон распределения применяется в случае очень малой вероятности события?

Практическое занятие 3 Правила переключения планов приемочного контроля

Общие положения: Основной задачей при проведении выборочного приемочного контроля является определение оптимального плана контроля.

Под планом контроля понимают совокупность значений объемов выборок n , приемочных и браковочных чисел.

При выборе плана контроля следует определить его кодовое обозначение, для чего в свою очередь устанавливается объем партий, представляемых на контроль, а также степень контроля.

В нормативной документации по статистическим методам контроля предусмотрены семь степеней контроля: четыре специальных (С-1, С-2, С-3, С-4) и три общих (I, II, III).

Основной для применения является степень контроля II.

Общую степень контроля I следует применять в тех случаях, когда проведение контроля связано со значительными затратами или потери от принятия партий с большим количеством дефектных изделий сравнительно невелики.

Общую степень контроля III следует применять в тех случаях, когда затраты на контроль сравнительно невелики или требуется тщательный контроль партий продукции.

Специальные степени контроля применяют в тех случаях, когда целесообразен контроль малых выборок и допустимы большие риски потребителя, например, в случае разрушающего контроля. Риски потребителя и изготовителя при применении специальных степеней контроля следует оценивать с помощью оперативных характеристик.

На каждом уровне контроля следует применять правила переключения, требующие перехода на нормальный, усиленный и ослабленный контроль в соответствии с ГОСТ Р 50779.71-99.

На начальном этапе контроля, если не оговорены особые условия, устанавливается нормальный контроль.

Нормальный, усиленный или ослабленный контроль должен продолжаться без изменения до тех пор, пока не будут выполнены переключения. Процедуры переключения применяют для каждого класса несоответствий или несоответствующих единиц продукции отдельно.

Процедуры и правила переключения представлены на рис. 4.

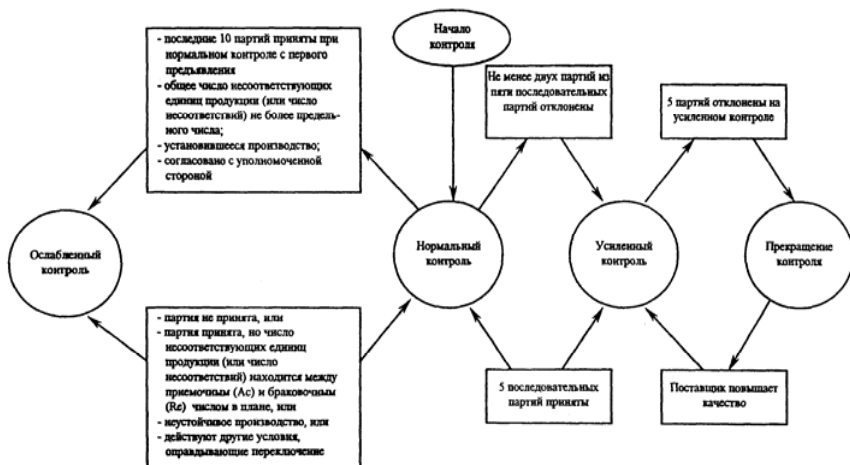


Рис. 4 – Схема правил переключения

Если общее число партий, не принятых с первого предъявления, в серии последовательных партий на усиленном контроле, достигает пяти, то процедуры приемки должны быть приостановлены. Контроль партий по выборочным планам не возобновляют до тех пор, пока поставщик не примет меры по улучшению качества поставляемой продукции или услуг. Контроль партий должен быть возобновлен на усиленном контроле.

Пример 1. На предприятии машиностроительной отрасли проводится выборочный приемочный контроль по альтернативному признаку.

Задание

1. Выбрать объект, контролируемый по альтернативному признаку. Самим задать исходные данные (объем контролируемой партии N , допустимый процент бракованных изделий в партии $q_{ген}, \%$, объем выборки, требования к общему числу несоответствующих единиц продукции, а также дополнительные условия относительно стабильности и устойчивости производства).

2. Сформулировать условие задачи и правило принятия решения по результатам контроля.

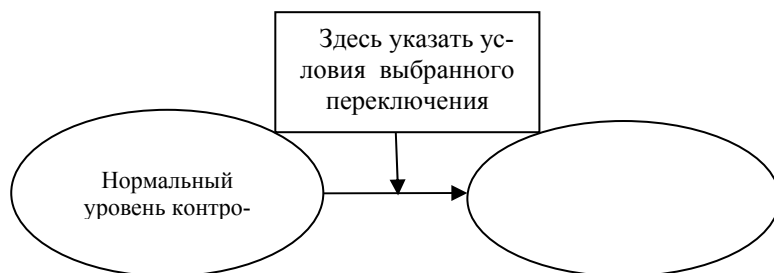
3. Смоделировать данные контроля качества по альтернативному признаку. Данные занести в таблицу 2.

Таблица 2

N	$q_{ген}, \%$	Номер партии	Объем выборки	Кол-во бракованных изделий	Решение о принятии (непринятии) партии	Примечание

4. По результатам контроля в соответствии с ГОСТ Р 50779.71-99 принять решение о переходе (или непереходе) к другой степени контроля.

5. Результат переключения представить в виде схемы:



6. После переключения на ослабленную или усиленную степень контроля снова смоделировать данные результатов контроля и заполнить таблицу 2.

7. п.п.4,5 и 6 повторить несколько раз таким образом, чтобы в работе были использованы все степени контроля (нормальный, ослабленный, усиленный, а также и возможное прекращение выборочного приемочного контроля, и переход к сплошному контролю) с обоснованием выбранного переключения.

8. Результаты работы представьте в виде окончательной схемы с последовательностью уровней контроля (пример схемы приводится на рис.5).

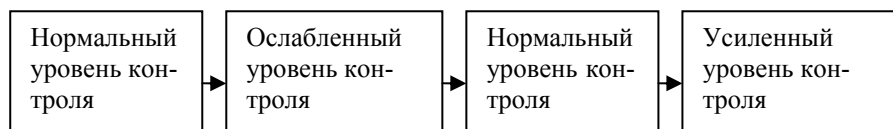


Рис.5

9. Разработанную схему переключений привести в соответствие со схемой ГОСТ Р 50779.71-99.

Контрольные вопросы

1 В каком случае необходимо прекратить выборочный и перейти к сплошному контролю качества?

2 Какая степень контроля применяется на начальных этапах организации выборочного приемочного контроля?

3 В результате прекращения выборочного контроля и перехода к сплошному контролю поставщик не имеет права применять выборочный контроль качества до тех пор пока им не будут приняты меры по улучшению качества поставляемой продукции (услуг) и уполномоченная сторона не признает эти меры эффективными. Если эти условия будут выполнены, то выборочный контроль может быть возобновлен. С какой степени контроля в этом случае может быть возобновлен выборочный приемочный контроль?

Практическая работа 4

Разработка плана контроля по альтернативному признаку.

Общие положения:

Несоответствующая единица продукции: единица продукции или услуга, содержащая, по крайней мере одно несоответствие. Несоответствующие единицы продукции в зависимости от значимости подразделяют на следующие классы:

A – единица продукции, содержащая одно или более несоответствий типии А, может также содержать несоответствия типа В и (или) С.

В - единица продукции, содержащая одно или более несоответствий типии В, может также содержать несоответствия типа С, но не имеет несоответствий типа А.

Процент несоответствующих единиц продукции: отношение числа несоответствующих единиц продукции к общему числу единиц продукции, умноженное на 100.

$$\text{Процент несоответствующих единиц продукции} = \frac{\text{число несоответствующих единиц продукции}}{\text{общее число единиц продукции}} \times 100$$

Число несоответствий на 100 единиц продукции произведение частного от деления числа несоответствий на общее число единиц продукции и 100

$$\text{Число несоответствий на 100 единиц продукции} = \frac{\text{число несоответствий}}{\text{общее число единиц продукции}} \times 100$$

Приемлемый уровень качества (AQL): при рассмотрении непрерывной последовательности партий уровень качества, который является границей удовлетворительного среднего уровня качества процесса.

План выборочного контроля (выборочный план): определенный план контроля, который устанавливает число единиц продукции из каждой партии, подлежащие контролю (объем выборки или объемы серий выборок) и необходимые критерии приемлемости партии (приемочные и браковочные числа).

Схема выборочного контроля (выборочная схема): сочетание выборочных планов контроля и правил переключения.

Система выборочного контроля (выборочная система): совокупность выборочных планов или схем с уче-

том объемов партий, уровней контроля и приемлемого уровня качества AQL.

Виды выборочных систем: выборочная система для планов контроля на основе предельного качества LQ (ГОСТ Р 50779.72)

Определение плана контроля по альтернативному признаку производится согласно ГОСТ Р 50779.71-99.

Под планом выборочного контроля подразумевается совокупность данных, устанавливающих объем выборки, подлежащий контролю, и необходимые критерии приемлемости партии (приемочные и браковочные числа).

Задание 1. На предприятии машиностроительной отрасли производится одноступенчатый контроль качества изделия по альтернативному признаку. Определите план контроля партии объемом N для нормального, ослабленного и усиленного степеней контроля, при условии, что известны результаты сплошного контроля (количество дефектных изделий D₁, D₂, D₃ в партиях объемами N₁, N₂, N₃ соответственно.) Исходные данные приведены в приложении В (вариант выбирать по последним двум цифрам зачетной книжки).

Результаты работы занесите в таблицу 3

Таблица 3

Вариант	Уровень контроля	Приемлемый уровень качества	Объем контролируемой партии N	Степень контроля	Код объема выборки n	Критерии приемки	
						A _c	R _c
				нормальный			
				усиленный			
				ослабленный			

Задание 2. На предприятии машиностроительной отрасли производится двухступенчатый контроль качества изделия по альтернативному признаку. По данным задания 1 определите план контроля партии изделий объемом N для нормального, ослабленного и усиленного степеней контроля. Результаты работы занесите в таблицу 4.

Задание 3. По результатам работы сделать вывод об изменении плана контроля при переходе от одной степени контроля к другой, а также при изменении типа контроля с одноступенчатого на двухступенчатый.

Таблица 4

Вариант	Уровень контроля	Приемлемый уровень качества	Объем контролируемой партии N	Степень контроля	Код объема выборки	Объем выборки		Критерии приемки					
						n_1	n_2	первой выборки		второй выборки			
								A_c	R_c	A_c	R_c		
				нормальный									
				усиленный									
				ослабленный									

Контрольные вопросы

1 Дать определение понятию «контроль качества по альтернативному признаку». Привести 5 примеров контроля качества по альтернативному признаку.

2 Каким законам распределения подчиняются результаты контроля по альтернативному признаку.

3 Дать определение понятию «план выборочного контроля».

4 Какая характеристика является оценкой эффективности плана выборочного контроля?

5 Какие факторы необходимо учитывать при выборе уровня контроля при контроле по альтернативному признаку?

6 Какие факторы необходимо учитывать при выборе типа плана контроля при контроле по альтернативному признаку?

7 Проанализировать планы выборочного контроля при одноступенчатом, двухступенчатом и многоступенчатом типах контроля и сделать вывод об изменениях плана контроля при переходе от одного к другому типу контроля.

Практическая работа 5 Контроль по количественному признаку

Общие положения.

Алгоритм разработки плана контроля, проводимого поставщиком, представлен на рис. 6.

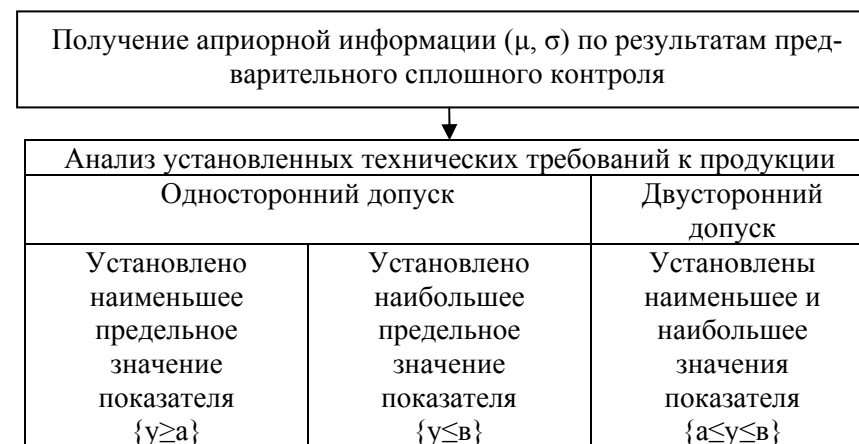




Рис. 6

Порядок работы:

1. Ознакомиться с общими положениями методических указаний, а также государственного стандарта ГОСТ Р 50779.53-98 «Приемочный контроль качества по количественному признаку для нормального закона распределения. Часть 1. Стандартное отклонение известно.

2. По результатам анализа общих положений стандарта разработать алгоритм плана приемочного контроля, проводимого потребителем (аналогично представленному алгоритму на рис.6).

3. По вариантам, представленным в таблице 4, и по предложенным данным решите практические задачи 1-3.

4. По результатам решения задач сформулируйте выводы.

5. Оформите работу и ответьте на контрольные вопросы.

Задача 1: Требования в технической документации поставщика на изделие сформулированы в виде $A \pm \Delta A$. По результатам сплошного контроля априорная информация содержит сведения о μ и σ . Разработать планы выборочно-приемочного контроля поставщика и потребителя, если организацией-поставщиком получен сертификат соответствия СМК международным стандартам.

Задача 2: Разработать планы приемочного контроля поставщика и потребителя при различных степенях доверия T, исключая соответственно степени T_1 и T_7 .

Задача 3: По результатам решения задач 1 и 2 построить графики зависимости элементов плана контроля (n, g, НПГ и ВПГ) от степени доверия T.

Таблица 4

Вариант	1	2	3	4	5	6	7
A	11,9	10	17	15	25	15	19
ΔA	0,05	0,2	0,3	0,3	0,3	0,3	0,2
μ	11,80	10,07	16,99	14,98	24,42	15,0	18,99
σ	0,10	0,12	0,09	0,09	0,11	0,10	0,1
Вариант	8	9	10	11	12	13	14
A	13	8	16	45	20	10	15
ΔA	0,1	0,4	0,6	0,3	0,3	0,3	0,2
μ	12,8	7,98	16,1	44,95	19,42	10,0	14,99
σ	0,07	0,12	0,15	0,13	0,11	0,10	0,10

Контрольные вопросы

1 Сформулировать сущность выборочного контроля по количественному признаку.

2 Пояснить, почему контроль по количественному признаку обладает более высокой информативностью, чем контроль по альтернативному признаку.

3 Какую вероятность приемки партий обеспечивают планы контроля по ГОСТ Р 50779.53-98.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Биномиальные коэффициенты

$$(a + b)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k a^k b^{n-k}$$

Свойства коэффициентов C_n^k

$$1) \sum_{k=0}^n C_n^k = 2^n ;$$

$$2) C_n^k = C_n^{n-k}$$

$$3) C_n^k = C_{n-1}^{k-1} + C_{n-1}^k$$

Треугольник Паскаля:

C_0^0		1			
C_1^0	C_1^1	1 1			
C_2^0	C_2^1	C_2^2	1 2 1		
C_3^0	C_3^1	C_3^2	C_3^3	1 3 3 1	
C_4^0	C_4^1	C_4^2	C_4^3	C_4^4	1 4 6 4 1
.....					

Здесь каждое число кроме крайних единиц является суммой двух вышерасположенных.

Формула Стерлинга

$$n! = \sqrt{2\pi n} \left(\frac{n}{e}\right)^n \left(1 + \frac{\alpha_n}{n}\right),$$

где $|\alpha_n| \leq 1/12$, а $e \approx 2.718$ - основание натурального логарифма.

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Таблица 1

N вар-та	q	n	d
1	0,05	10	1
2	0,05	10	2
3	0,05	10	3
4	0,05	10	4
5	0,05	10	5
6	0,1	10	6
7	0,1	10	7
8	0,1	10	8
9	0,1	10	9
10	0,1	10	10
11	0,15	15	1
12	0,15	15	2
13	0,15	15	3
14	0,15	15	4
15	0,15	15	5
16	0,2	15	6
17	0,2	15	7
18	0,2	15	8
19	0,2	15	9
20	0,2	15	10

Таблица 2

N вар-та	q	n	d
1	0,05	20	5,6,7,8,
2	0,07	30	4,5,6,7
3	0,09	40	0,1,2,3
4	0,11	50	6,7,8,9
5	0,13	60	5,6,7,8
6	0,15	70	4,5,6,7
7	0,17	80	0,1,2,3
8	0,19	90	1,2,3,4
9	0,21	100	2,3,4,5
10	0,23	120	3,4,5,6
11	0,25	140	4,5,6,7
12	0,27	160	0,1,2,3
13	0,29	180	1,2,3,4

N вар-та	q	n	d
14	0,31	200	2,3,4,5
15	0,33	125	3,4,5,6
16	0,35	145	4,5,6,7
17	0,37	155	0,1,2,3
18	0,39	175	1,2,3,4
19	0,41	185	2,3,4,5
20	0,43	195	3,4,5,6

Таблица 3

Вариант	N ₁	N ₂	N ₃	D ₁	D ₂	D ₃	N
01	1000	900	1500	9	5	12	1200
02	700	500	1400	5	10	17	3200
03	500	1600	1100	1	15	10	1400
04	2000	1900	1700	18	15	14	2500
05	2000	1800	3000	18	10	24	2000
06	1200	1000	2000	10	7	15	1700
07	600	450	750	5	3	7	500
08	2000	2200	1800	15	16	10	1500
09	1000	1500	2000	15	2	10	1900
10	800	500	300	7	4	2	400
11	1200	800	300	11	7	5	500
12	1000	800	500	6	10	15	1500
13	700	1000	1200	6	10	9	1500
14	1200	1000	750	7	9	14	1200
15	2000	800	600	6	10	9	1500
16	2100	2000	2600	13	9	16	2000
17	1000	1200	1100	10	9	9	1000
18	1500	1400	1200	5	6	5	1100
19	1900	1700	1600	6	7	4	1500
20	2000	1800	2100	6	8	10	1900

Подписано в печать 24.11.2006г. Формат 60×84
1/16. Усл. п.л. 2,4. Тираж 100 экз. Заказ № 249.

Издательство ВСГТУ. г. Улан-Удэ, ул. Ключевская, 40, В.

© ВСГТУ, 2006 г.